

ANALISIS SISTEM ANTRIAN M/M/1 PADA KASIR TOKO SAGA MENGGUNAKAN APLIKASI QM FOR WINDOWS

Gregorius Anzelino Wijaya¹, Carolina Cetrin Yunique Imbiri², Melki Kayame³, Mikaelda Regina Yagoyamu⁴, Live Tong⁵, Heru Sutejo⁶

Prodi Teknik Informatika, Universitas Sepuluh Nopember Papua

gregorius.a.wijaya@gmail.com.¹, carolinaimbiri@gmail.com.², melkikayame669@gmail.com.³,
Mikaeldayago@gmail.com.⁴, dudehabakuk63@gmail.com.⁵, heru.sutejo01@gmail.com.⁶

Abstract

This study aims to analyze the performance of the cashier queue system at Toko Saga using the M/M/1 queuing model and QM for Windows software. Assuming customer arrivals follow a Poisson distribution and service times are exponentially distributed, the M/M/1 model is applied to calculate system performance parameters and total operational costs. Based on observations, the average customer arrival rate is 7 customers per hour, while one cashier can serve 8 customers per hour. The simulation results show a system utilization rate of 88%, with an average of 6 customers waiting in line and an average queue time of approximately 52.5 minutes. The total operational cost per hour is recorded at Rp75,658, which includes cashier wages and customer waiting costs. The probability distribution indicates that the system most frequently operates with fewer than 10 customers, and the chance of exceeding 15 customers is low. Therefore, the current cashier system is considered efficient, although additional strategies such as cashier shifts or self-service systems are recommended to ensure continued performance and customer satisfaction.

Keywords: Queueing System, M/M/1, QM for Windows, Retail Store, Operational Cost.

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kinerja sistem antrian kasir di Toko Saga menggunakan model antrian M/M/1 dan perangkat lunak QM for Windows. Dengan asumsi bahwa kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan bersifat eksponensial, model M/M/1 diaplikasikan untuk menghitung parameter performansi sistem dan total biaya operasional. Berdasarkan data observasi, rata-rata kedatangan pelanggan adalah 7 orang per jam, dan satu kasir mampu melayani 8 pelanggan per jam. Hasil simulasi menunjukkan tingkat utilisasi sistem sebesar 88%, dengan rata-rata 6 pelanggan menunggu dalam antrian dan waktu tunggu rata-rata sekitar 52,5 menit. Biaya operasional total per jam tercatat sebesar Rp75.658, yang mencakup gaji kasir dan biaya tunggu pelanggan. Distribusi probabilitas menunjukkan bahwa sistem paling sering beroperasi dengan jumlah pelanggan kurang dari 10, dan kemungkinan melebihi 15 pelanggan tergolong rendah. Oleh karena itu, sistem kasir saat ini dinilai efisien, meskipun strategi tambahan seperti shift kasir atau sistem layanan mandiri tetap direkomendasikan untuk menjaga kinerja dan kepuasan pelanggan.

Kata Kunci: Sistem Antrian, M/M/1, QM for Windows, Toko Ritel, Biaya Operasional.

PENDAHULUAN

Dalam operasional sebuah toko ritel, pelayanan kasir merupakan salah satu aspek penting yang mempengaruhi kepuasan pelanggan serta efisiensi biaya operasional. Salah satu masalah utama yang sering muncul adalah antrian panjang di kasir, yang menyebabkan waktu tunggu pelanggan bertambah dan dapat menurunkan kualitas pelayanan serta potensi pendapatan toko. Oleh karena itu, pengelolaan sistem antrian (waiting list) menjadi sangat krusial dalam meningkatkan efisiensi layanan (Wang & Wu, 2017).

Sistem antrian merupakan pendekatan yang banyak digunakan dalam menganalisis dan mengoptimalkan proses pelayanan pelanggan. Dengan menggunakan metode ini, manajemen toko dapat menentukan jumlah kasir yang optimal agar dapat meminimalkan total biaya, yang terdiri dari biaya pelayanan (gaji kasir) dan biaya tunggu pelanggan (waiting cost). Biaya tunggu ini mengacu pada kerugian yang dialami pelanggan karena waktu yang dihabiskan menunggu, yang dapat berdampak pada hilangnya pendapatan dan kepuasan pelanggan (Avrachenkov & Nain, 2007; Wang Y. , 2005).

Studi mengenai model antrian M/M/1 secara luas menunjukkan bahwa utilisasi sistem yang mendekati 100% akan menyebabkan peningkatan waktu tunggu pelanggan secara signifikan (Eschenfeldt, Gross, & Pippinger, 2011). Model ini juga memungkinkan analisis matematis mendalam terhadap panjang antrian dan waktu tunggu, terutama dalam konteks toko ritel dengan hanya satu jalur pelayanan (Palomo & Pender, 2023; He & Alfa, 2005).

Pada studi kasus toko Saga, data yang dikumpulkan menunjukkan bahwa gaji seorang kasir adalah sebesar Rp4.000.000 per bulan dengan durasi kerja selama 6 jam per hari dan 24 hari kerja dalam sebulan. Selain itu, rata-rata terdapat 7–8 pelanggan yang mengantri setiap jamnya. Berdasarkan kajian literatur, biaya tunggu yang umum digunakan para ahli adalah sekitar Rp114 per menit per pelanggan. Data ini sangat berguna dalam menganalisis total biaya operasional yang dikeluarkan oleh toko Saga, termasuk biaya gaji kasir dan biaya menunggu pelanggan (Li & Tian, 2003).

Menurut penelitian yang dilakukan oleh (Kim & Kim, 2008) dalam konteks sistem antrian dengan gangguan (breakdowns), manajemen kapasitas sangat penting untuk menjaga efisiensi layanan. Selain itu, studi lain oleh (Wang Y. , 2005) menyoroti pentingnya skenario jam kerja atau libur (working vacations) yang memengaruhi waktu tunggu rata-rata pelanggan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode pemodelan sistem antrian jenis **M/M/1**, yang sesuai untuk situasi di mana pelanggan tiba secara acak mengikuti distribusi **Poisson** dan waktu pelayanan bersifat eksponensial (Avrachenkov & Nain, 2007). Model M/M/1 dipilih karena secara luas digunakan dalam studi efisiensi sistem layanan dengan satu jalur pelayanan, seperti yang terjadi pada kasir Toko Saga (Palomo & Pender, 2023).

Perhitungan dibantu oleh **QM for Windows** untuk memperoleh parameter performa sistem dan total biaya operasional.

a) Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah **kuantitatif deskriptif**, yaitu suatu pendekatan yang menjelaskan fenomena secara sistematis berdasarkan data numerik. Data yang digunakan bersifat primer dan sekunder.

- **Data primer:** observasi jumlah pelanggan per jam, jam kerja kasir, dan gaji pegawai.
- **Data sekunder:** literatur dan jurnal yang relevan mengenai sistem antrian dan biaya menunggu.

b) Lokasi dan Subjek Penelitian

Penelitian dilakukan di Toko Saga, dengan subjek utama yaitu **kasir** sebagai pelayan (server), dan **pelanggan** sebagai entitas yang dilayani.

c) Teknik Pengambilan Data

- Observasi langsung: mengamati rata-rata jumlah pelanggan per jam yang mengantri.

- Wawancara informal: dengan pemilik toko atau kasir terkait jam kerja dan upah.
- Dokumentasi dan studi pustaka: dari jurnal dan buku manajemen operasional dan riset operasi.

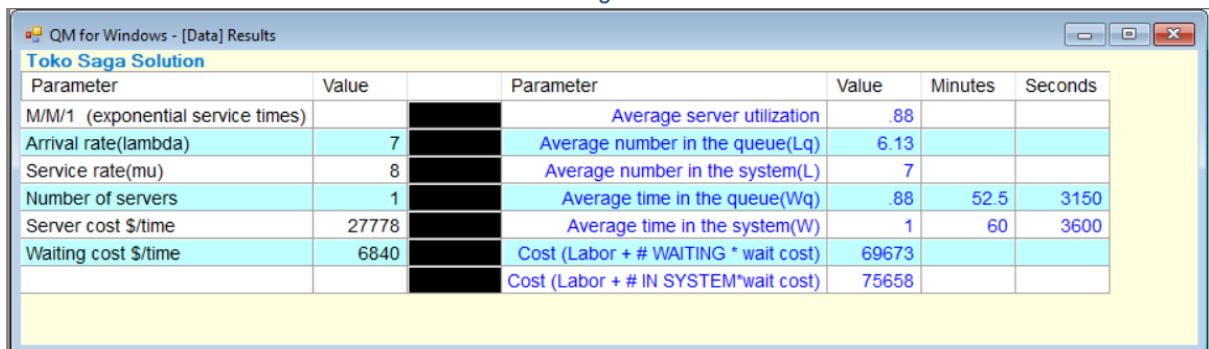
DATA

Tabel 1. Data Penelitian

Parameter	Nilai yang Diisi	Penjelasan
Arrival rate (λ)	7	Rata-rata kedatangan pelanggan
Service rate (μ)	8	Kasir melayani 1 pelanggan dalam 7,5 menit $\approx$ 8 pelanggan/jam
Number of servers	1	Hanya ada 1 kasir di toko
Server cost \$/time	27778	Gaji per jam: $\text{Rp}4.000.000 \div 144 \text{ jam kerja/bulan} = \text{Rp}27.778/\text{jam}$
Waiting cost \$/time	6840	Biaya tunggu per pelanggan: $\text{Rp}114/\text{menit} \rightarrow \text{Rp}6.840/\text{jam}$

IMPLEMENTASI DENGAN QM FOR WINDOWS

Gambar 1. Waiting Lines Result



Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/1 (exponential service times)		Average server utilization	88		
Arrival rate(lambda)	7	Average number in the queue(Lq)	6.13		
Service rate(mu)	8	Average number in the system(L)	7		
Number of servers	1	Average time in the queue(Wq)	88	52.5	3150
Server cost \$/time	27778	Average time in the system(W)	1	60	3600
Waiting cost \$/time	6840	Cost (Labor + # WAITING * wait cost)	69673		
		Cost (Labor + # IN SYSTEM*wait cost)	75658		

Tabel 2. Rincian Output

Parameter	Nilai	Waktu (menit)	Waktu (Detik)	Penjelasan
Average server utilization (ρ)	0.88	-	-	Utilisasi kasir: 88%, artinya kasir masih punya ruang waktu luang.
Average number in the queue (Lq)	6.13	-	-	Rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian.
Average number in the system (L)	7	-	-	Total rata-rata pelanggan di sistem (yang menunggu + yang sedang dilayani).
Average time in the queue (Wq)	0.88 jam	52.5	3150	Waktu tunggu rata-rata pelanggan sebelum dilayani = 1 jam 52 menit.
Average time in the system (W)	1 jam	60	3600	Total waktu yang dihabiskan pelanggan sejak datang hingga selesai dilayani.

Tabel 3. Biaya Operasional

Komponen	Nilai(Rp)	Penjelasan
Cost (Labor + #WAITING × waiting cost)	69.673	Total biaya per jam, dihitung dari gaji kasir + biaya tunggu dari pelanggan yang masih menunggu (Lq).
Cost (Labor + #IN SYSTEM × waiting cost)	75.658	Total biaya per jam, dihitung dari gaji kasir + biaya tunggu seluruh pelanggan di sistem (L).

Gambar 2. Tabel Probabilitas

Toko Saga Solution			
k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys ≤ k)	Prob (num in sys > k)
0	.13	.13	.88
1	.11	.23	.77
2	.1	.33	.67
3	.08	.41	.59
4	.07	.49	.51
5	.06	.55	.45
6	.06	.61	.39
7	.05	.66	.34
8	.04	.7	.3
9	.04	.74	.26
10	.03	.77	.23
11	.03	.8	.2
12	.03	.82	.18
13	.02	.85	.15
14	.02	.87	.13
15	.02	.88	.12
16	.01	.9	.1
17	.01	.91	.09
18	.01	.92	.08
19	.01	.93	.07
20	.01	.94	.06
21	.01	.95	.05
22	.01	.95	.05
23	.01	.96	.04
24	.01	.96	.04
25	.0	.97	.03
26	.0	.97	.03
27	.0	.98	.02

Keterangan:

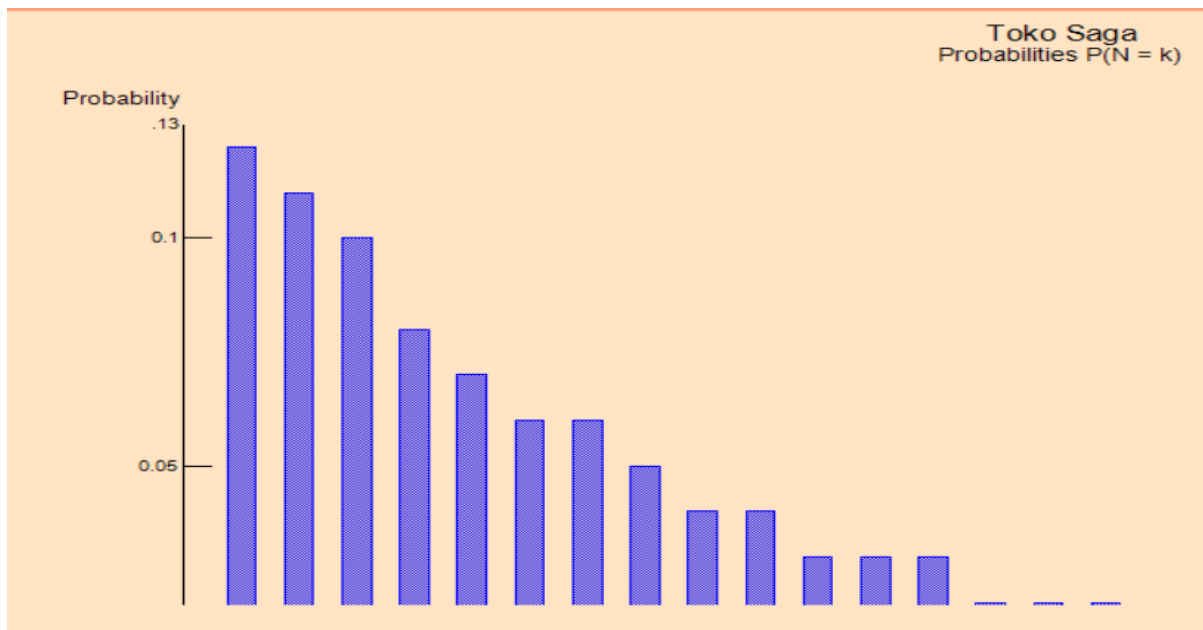
- k : Jumlah pelanggan dalam sistem (termasuk yang sedang dilayani dan yang menunggu).
- Prob (num in sys = k) : Probabilitas tepat k pelanggan berada di sistem.

- Prob (num in sys $\leq k$) : Probabilitas **jumlah pelanggan $\leq k$** .
- Prob (num in sys $> k$) : Probabilitas **jumlah pelanggan $> k$** .

Penjelasan Tabel:

- Distribusi cenderung menurun secara eksponensial (right-skewed): Sebagian besar pelanggan dalam sistem berada di kisaran kecil (0–10 pelanggan), menunjukkan sistem tidak sering mengalami antrian panjang. Ini sesuai dengan tingkat utilisasi kasir sebesar 88%, yang masih tergolong efisien dan tidak jenuh.
- Peluang lebih dari 15 pelanggan dalam sistem hanya sekitar 12%: Artinya, kemungkinan terjadinya kondisi antrian sangat panjang tergolong rendah. Sistem cenderung beroperasi dalam kondisi lancar.
- Probabilitas kumulatif mendekati 1 saat $k = 27\text{--}30$: Hal ini menunjukkan bahwa hampir semua kemungkinan jumlah pelanggan dalam sistem berada pada rentang 0 hingga 30 pelanggan. Nilai-nilai probabilitas setelah $k > 20$ sangat kecil (mendekati nol), menandakan bahwa beban sistem jarang berada pada kondisi ekstrem.

Gambar 3. Grafik Probabilitas



Penjelasan Grafik:

- **Sumbu X (horizontal):** Jumlah pelanggan dalam sistem (k), termasuk yang sedang dilayani dan yang menunggu.
- **Sumbu Y (vertikal):** Probabilitas terjadinya jumlah pelanggan tertentu ($P(N = k)$).
- **Tinggi batang:** Menunjukkan seberapa besar kemungkinan jumlah pelanggan dalam sistem pada suatu waktu.

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa model antrian M/M/1 dapat digunakan secara efektif untuk menganalisis performa sistem pelayanan kasir di Toko Saga. Berdasarkan hasil simulasi dengan kedatangan pelanggan rata-rata sebesar 7 orang per jam dan tingkat pelayanan sebesar 8 orang per jam oleh satu kasir, sistem menunjukkan tingkat utilisasi kasir sebesar 88%. Nilai ini mengindikasikan

bahwa kasir bekerja dengan efisien namun masih memiliki kapasitas cadangan untuk mengantisipasi lonjakan kedatangan pelanggan.

Dari analisis performa, rata-rata terdapat 6,13 pelanggan dalam antrian dan 7 pelanggan dalam sistem. Waktu tunggu rata-rata dalam antrian adalah 52,5 menit, dan waktu total dalam sistem mencapai 1 jam. Biaya operasional per jam yang terdiri dari gaji kasir dan biaya tunggu pelanggan dihitung sebesar Rp75.658.

Distribusi probabilitas menunjukkan bahwa mayoritas waktu, sistem berada dalam kondisi ringan hingga sedang, dengan probabilitas tertinggi berada pada jumlah pelanggan 0 hingga 5. Peluang jumlah pelanggan lebih dari 15 hanya sebesar 12%, menandakan bahwa sistem jarang berada dalam kondisi padat. Hal ini juga didukung oleh grafik probabilitas yang menurun secara eksponensial, sesuai karakteristik dari sistem M/M/1 yang efisien.

Secara keseluruhan, sistem pelayanan kasir di Toko Saga berada dalam kondisi operasional yang cukup stabil dan efisien. Meski demikian, manajemen disarankan untuk tetap melakukan evaluasi berkala terhadap tingkat kedatangan pelanggan serta mempertimbangkan penerapan strategi peningkatan kapasitas layanan seperti penambahan kasir pada jam sibuk atau pemanfaatan teknologi self-checkout. Langkah-langkah ini dapat menjaga efisiensi sistem sekaligus meningkatkan kepuasan pelanggan.

Daftar Pustaka

- Avrachenkov, K., & Nain, P. (2007). On the limiting distribution of the M/M/1 queue length process conditioned on non-empty queue. *Operations Research Letters*, 219–226. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2006.05.002>
- Eschenfeldt, P., Gross, B., & Pippinger, N. (2011). Analysis of an M/M/1 queue using fixed order of search for arrivals and service. *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/abs/1108.5356>
- He, Q.-M., & Alfa, A. S. (2005). The M/M/1 queue with two alternating service rates. *Queueing Systems*, 1-19. <https://doi.org/10.1007/s11134-005-4443-0>
- Kim, J., & Kim, B. (2008). Transient analysis of M/M/1 queue with breakdowns and repairs. *Applied Mathematical Modelling*, 1985–1994. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.06.012>
- Li, Q., & Tian, N. (2003). Analysis of the M/M/1 queue with server vacation and breakdowns. *Queueing Systems*, 359–377. <https://doi.org/10.1023/A:1027356220073>
- Palomo, S., & Pender, J. (2023). The maximum overlap time in the M/M/1 queue. *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/abs/2311.04387>
- Wang, F., & Wu, X.-Y. (2017). Queueing analysis of M/M/1 systems in retail checkout optimization. *Journal of Operations Research and Applications*, 45-56. <https://arxiv.org/abs/1704.01709>
- Wang, Y. (2005). Performance analysis of M/M/1 queue with working vacations. *Applied Mathematics and Computation*, 103–114. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2004.11.008>